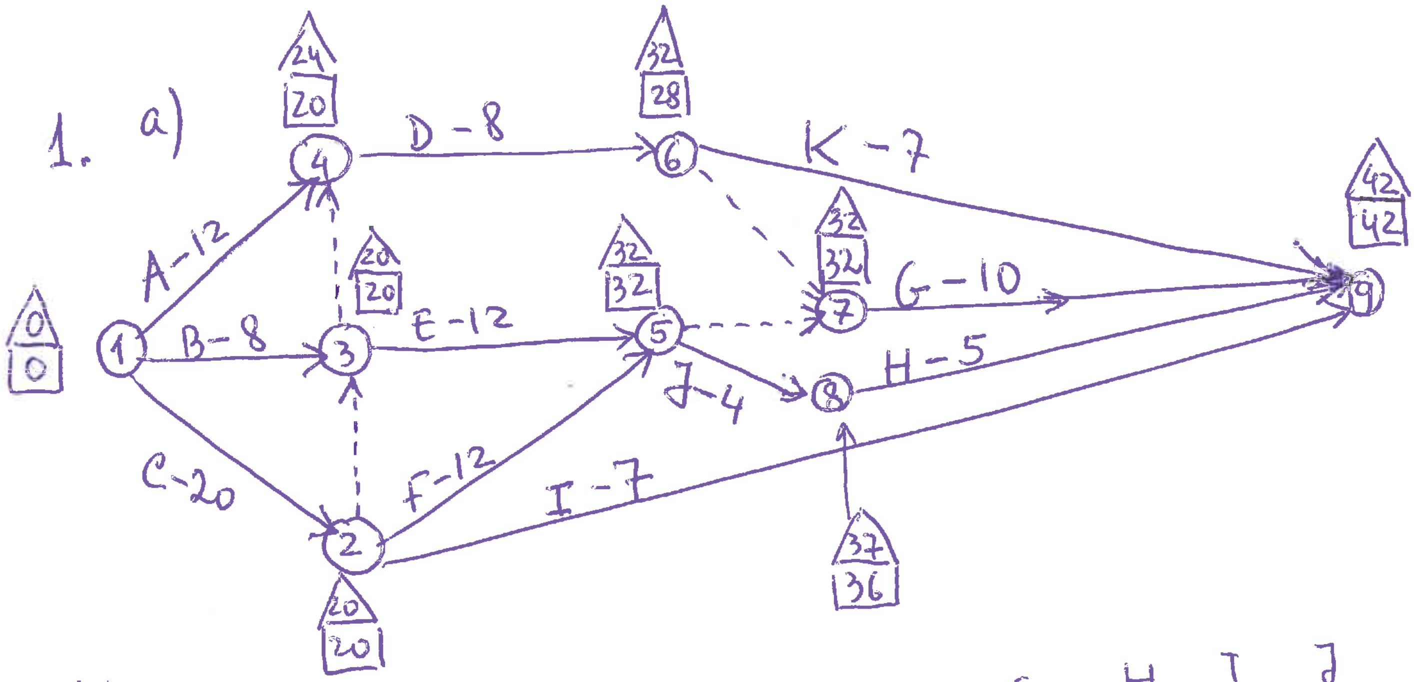
IO 2 – EN 2015/16

1. a)



b)

Act.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M.T.	12	12	0	4	0	0	0	1	15	1	7
M.L.	8	12	0	0	0	0	0	1	15	0	7

Caminhos Críticos {C, E, G} e {C, F, G}

Duração do Caminho Crítico = 42 dias

c) $\text{Max } \left[42-(x_9-x_1)\right]*35-(10A+9B+12C+7D+11E+8F+13G+9H+10I+7J+8K)$

s.a

$A \le 4$; $B \le 4$; $C \le 5$; $D \le 4$; $E \le 8$; $F \le 4$; $G \le 4$

$H \le 2$; $I \le 5$; $J \le 2$; $K \le 2$

$x_4 \geq x_1+12-A$; $x_5 \geq x_2+12-F$

$x_2 \geq x_1+20-C$; $x_3 \geq x_1+8-B$; $x_7 \geq x_5$; $x_7 \geq x_6$; $x_8 \geq x_5+4-J$

$x_5 \geq x_3+12-E$; $x_6 \geq x_4+8-D$; $x_7 \geq x_7+10-G$; $x_9 \geq x_8+5-H$

$x_9 \geq x_2+7-I$; $x_9 \geq x_6+7-K$; $x_9 \geq x_7+10-G$

$x_9 - x_1 \le 37$; $A, B, \ldots \geq 0$

A, B ... aceleração das actividades A, B ...

d) Caso problema anterior não tenha solução admissível, isso significa que não é possível realizar o projecto em 37 dias (a restrição $x_9 - x_1 \leq 37$ não é satisfeita). Para resolver e indicar uma proposta ao dono do projecto, será retirada a restrição $x_9 - x_1 \leq 37$ e toma-se como FO minimizar $x_9 - x_1$ (a duração do projecto) ou min x_9, fixando $x_1 = 0$. A solução dá a indicação de duração mínima possível a propor ao dono nas condições tecnológicas existentes.

2. As três repartições propostas pertencem ao Núcleo

$x_1 \leq 100$ $\quad x_1 + x_2 \leq 250$ $\quad x_1 + x_2 + x_3 = 300$

$x_2 \leq 150$ $\quad x_1 + x_3 \leq 300$ $\quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$

$x_3 \leq 200$ $\quad x_2 + x_3 \leq 300$

Obs. Trata-se de uma função característica de custos. Como o Núcleo é o conceito de solução (o primeiro indicado pelos pais da Teoria dos Jogos), qualquer delas pode ser escolhida desde que se justifique por pertencer ao Núcleo.

Nota 1. Quem escolher (67;92;141) também está correcto, justificando que é o valor de Shapley (aproximado), o que é verdade.

Nota 2. Quem calcular o max min, isto é, a solução que maximiza a satisfação mínima escolhe (50;100;150)

S	v(S)	e[(50;100;150),S]	ord. cresc.	e[(67;92;141),S]	ord. cresc.	e[(100;100;100),S]	ord. cresc.
{1}	100	50	50	33	33	0	0
{2}	150	50	50	58	58	50	50
{3}	200	50	50	59	59	100	50
{1,2}	250	100	50	91	67	50	100
{1,3}	300	100	100	92	91	100	100
{2,3}	300	50	100	67	92	100	100

max min = 50 correspondente a (50;100;150)

b) Como todas pertencem ao Núcleo, são todas soluções não dominadas relativamente a qualquer coalização. Podemos aplicar a definição, mas para uma função de custos, e a conclusão é a mesma.

c) Deveria resolver inicialmente o seguinte problema de PL

$$
\begin{aligned}
&\text{Max } \varepsilon_1 \\
&\text{s.a. } x_1+x_2+x_3=300 \\
&x_1+\varepsilon_1 \leq 100 \\
&x_2+\varepsilon_1 \leq 150 \\
&x_3+\varepsilon_1 \leq 200 \\
&x_1+x_2+\varepsilon_1 \leq 250 \\
&x_1+x_3+\varepsilon_1 \leq 300 \\
&x_2+x_3+\varepsilon_1 \leq 300 \\
&x_1, x_2, x_3, \varepsilon_1 \geq 0
\end{aligned}
$$

Após esta resolução, as restrições saturadas são fixadas (consideradas como igualdades após correcção, no problema seguinte (consideradas como igualdades após correcção com o valor de ε_1), maximizando-se ε_2 que representa a nova variável de desvio a introduzir nas restantes restrições (não saturadas), depois de corrigidas do valor de ε_1, e assim sucessivamente até todas as restrições ficarem saturadas (resolvem-se no máximo 3 problemas de PL). Desta forma calcula-se o Maxmin do problema, pois de um problema de custos.

Obs.1. Num problema de ganhos aplica-se o princípio do Minimax

Obs.2. A solução (50 ; 100 ; 150) é o Nucléolo do problema dado.

3. $P = 20000$ $\qquad$ $L = 1$ semana (1/52 años)

$D = 12000$

$c = 500 + 1 + 0{,}5$

$K = 1000 + 100$

$Ie = 0{,}1 * 501{,}5 + 1{,}5 * 12 = 68{,}15$

a) $Q_{EP} = \sqrt{\dfrac{2 * 1100 * 12000}{68{,}15}} \times \sqrt{\dfrac{20000}{20000 - 12000}} = 984$ tons

$T = \dfrac{984}{12000} = 0{,}082$ años $\qquad T_p = \dfrac{984}{20000} = 0{,}049$ años

$Td = \dfrac{984\left(1 - \frac{12000}{20000}\right)}{12000} = 0{,}033$ años $\qquad m = \mathrm{Int}\left(\dfrac{\frac{1}{52}}{0{,}082}\right) = 0$

$P.E. = \dfrac{1}{52} * 12000 \simeq \underline{\underline{231}}$ tons/mes $\qquad \dfrac{1}{52} = 0{,}019 < 0{,}033$

$CT = 501{,}5 * 12000 + 1100 * \dfrac{12000}{984} + 68{,}15 * \dfrac{984}{2}\left(1 - \dfrac{12000}{20000}\right)$

$= 6044827$ €

b) $Q \leq 800$ tons $\qquad Q_{NR} = \sqrt{\dfrac{2 * 5000 * 12000}{67{,}5}} = 1333{,}3$

$K = 3000$

$c = 495$

$Ie = 1{,}5 * 12 + 0{,}1 * 495 = 67{,}5$ $\qquad Q_{EE} = 700$

$CT = 495 * 12000 + 5000\,\dfrac{12000}{700} + 67{,}5\,\dfrac{700}{2} = 6049339$

c) $c = 400 + 20 + 4$ $\qquad X_L \cap N\left(\underbrace{\dfrac{1000 * 1{,}2}{2}}_{600};\ 170\right)$

$K = 5000$

$L = 15$ días (1/24 años)

$D = 1000 * 12 * 1{,}2 = 14400$

$$E[X_L(e)] = E[1{,}2\, X_L(f)] = \frac{1000 * 1{,}2}{2} = 600$$

$$V[X_L(e)] = V[1{,}2\, X_L(f)] = 1{,}2^2\, \frac{200^2}{2} = 28800 \Rightarrow \sigma_{X_L(e)} = 170$$

$$\frac{E[\text{rupturas}] * \frac{\cancel{D}}{Q}}{\cancel{D}} \leq 0{,}01 \Rightarrow E[\text{rupturas}] \leq 18{,}43$$

$$Q = \sqrt{\frac{2*5000*14400}{0{,}1*424}} = 1843$$

$$E[\text{rupturas}] = 170\, NL\left(\frac{r-600}{170}\right) \leq 18{,}43 \Rightarrow NL\left(\frac{r-600}{170}\right) \leq 0{,}1084$$

$$\frac{r-600}{170} \geq 0{,}86 \Rightarrow r \geq 746{,}2 \simeq 746$$

$$P(\text{rupturas}) = P(X_L > 746) \simeq 0{,}20$$

Logo: $\boxed{QEE = 1843 \;;\; r = 746}$

S Segurança $= 746 - 600 + 18{,}43 = 164{,}43$

P(ruptura) = 20%

— x —

4. a)

Minutos

	Intervalo entre cheg.	Momento de chegada	Nº Pessoas	Tempo p/ comer
1º Cliente	2,4	12:2,4	1	28,4
2º "	2,6	12:5,0	2	35,8
3º "	7,9	12:12,9	3	34,4
4º "	6,8	12:19,7	1	30,0
5º "	12,0	12:31,7	3	22,2

b) 9 Pessoas, pois o 1º grupo (1 pessoa) já saiu (entrou às 12:2,4 e saiu às 12:30,8) e o segundo ainda não acabou

EN - Ex. 4, c) - Quadro de Simulação

Cliente	Tempo	Tip. Ac	Próx. Cheg.	Nº Pess.	Temp Ham	Saída	Prox. Ac.	Tipo PA	Receita
	00:00		2,4				2,4	CH	
1	2,4	CH	5,0	1	28,4	30,8	5	CH	5
2	5	CH	12,9	2	35,8	40,8	12,4	CH	10
3	12,4	CH	19,7	3	34,4	46,8	19,7	CH	15
4	19,7	CH	31,7	1	30	49,7	30,8	SA	5
	30,8	SA	31,7	-	-	-	31,7	CH	
5	31,7	CH	-	3	22,2	53,9	40,8	SA	15
	40,8	SA	-	-	-	-	46,8	SA	
	46,8	SA	-	-	-	-	49,7	SA	
	49,7	SA	-	-	-	-	53,9	SA	
	53,9	SA	-	-	-	-	-	-	
								Total	**50**

6